

L3-STATF



NEW ZEALAND QUALIFICATIONS AUTHORITY
MANA TOHU MĀTAURANGA O AOTEAROA

3



Level 3 Mathematics and Statistics (Statistics), 2014

9.30 am Thursday 20 November 2014

FORMULAE AND TABLES BOOKLET
for 91584, 91585 and 91586

Refer to this booklet to answer the questions in your Question and Answer booklets.

Check that this booklet has pages 2–4 in the correct order and that none of these pages is blank.

YOU MAY KEEP THIS BOOKLET AT THE END OF THE EXAMINATION.

© New Zealand Qualifications Authority, 2014

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced by any means without the prior permission of the New Zealand Qualifications Authority.

MATHEMATICS AND STATISTICS (STATISTICS) – USEFUL FORMULAE AND TABLES

Permutations and Combinations

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\binom{n}{r} = {}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

Expectation Algebra

$$E[aX + b] = aE[X] + b$$

$$\text{Var}[aX + b] = a^2 \text{Var}[X]$$

$$E[aX + bY] = aE[X] + bE[Y]$$

$$\text{Var}[aX + bY] = a^2 \text{Var}[X] + b^2 \text{Var}[Y]$$

if X, Y are independent

Probability

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Mean and Variance of a Discrete Random Variable

$$\begin{aligned} \mu &= E(X) & \sigma^2 &= \text{Var}(X) \\ &= \sum x.P(X=x) & \sigma &= \text{SD}(X) \\ & & &= \sqrt{\sum (x - \mu)^2 . P(X=x)} \\ & & &= \sqrt{E(X^2) - [E(X)]^2} \end{aligned}$$

Continuous Uniform Distribution

The probability density function, $f(x)$, for a continuous uniform distribution is defined as:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{for } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Binomial Distribution

Each entry gives the probability that a binomial random variable X , with the parameters n and π , has the value x .

$$P(X = x) = \binom{n}{x} \pi^x (1 - \pi)^{n-x}$$

$$\mu = n\pi, \quad \sigma = \sqrt{n\pi(1 - \pi)}$$

π $n \backslash x$	0.05	0.1	0.15	1/6	0.2	0.25	0.3	1/3	0.35	0.4	0.45	0.5	
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4823	0.4096	0.3164	0.2401	0.1975	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625
4	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.3858	0.4096	0.4219	0.4116	0.3951	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500
4	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1157	0.1536	0.2109	0.2646	0.2963	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750
4	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0154	0.0256	0.0469	0.0756	0.0988	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500
4	4	0.0001	0.0001	0.0005	0.0008	0.0016	0.0039	0.0081	0.0123	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.4019	0.3277	0.2373	0.1681	0.1317	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313
5	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4019	0.4096	0.3955	0.3602	0.3292	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563
5	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.1608	0.2048	0.2637	0.3087	0.3292	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125
5	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0322	0.0512	0.0879	0.1323	0.1646	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125
5	4	0.0001	0.0005	0.0022	0.0032	0.0064	0.0146	0.0284	0.0412	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563
5	5		0.0001	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0041	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313	
6	0	0.7351	0.5314	0.3771	0.3349	0.2621	0.1780	0.1176	0.0878	0.0754	0.0467	0.0277	0.0156
6	1	0.2321	0.3543	0.3993	0.4019	0.3932	0.3560	0.3025	0.2634	0.2437	0.1866	0.1359	0.0938
6	2	0.0305	0.0984	0.1762	0.2009	0.2458	0.2966	0.3241	0.3292	0.3280	0.3110	0.2780	0.2344
6	3	0.0021	0.0146	0.0415	0.0536	0.0819	0.1318	0.1852	0.2195	0.2355	0.2765	0.3032	0.3125
6	4	0.0001	0.0012	0.0055	0.0080	0.0154	0.0330	0.0595	0.0823	0.0951	0.1382	0.1861	0.2344
6	5		0.0001	0.0004	0.0006	0.0015	0.0044	0.0102	0.0165	0.0205	0.0369	0.0609	0.0938
6	6					0.0001	0.0002	0.0007	0.0014	0.0018	0.0041	0.0083	0.0156
7	0	0.6983	0.4783	0.3206	0.2791	0.2097	0.1335	0.0824	0.0585	0.0490	0.0280	0.0152	0.0078
7	1	0.2573	0.3720	0.3960	0.3907	0.3670	0.3115	0.2471	0.2048	0.1848	0.1306	0.0872	0.0547
7	2	0.0406	0.1240	0.2097	0.2344	0.2753	0.3115	0.3177	0.3073	0.2985	0.2613	0.2140	0.1641
7	3	0.0036	0.0230	0.0617	0.0781	0.1147	0.1730	0.2269	0.2561	0.2679	0.2903	0.2918	0.2734
7	4	0.0002	0.0026	0.0109	0.0156	0.0287	0.0577	0.0972	0.1280	0.1442	0.1935	0.2388	0.2734
7	5		0.0002	0.0012	0.0019	0.0043	0.0115	0.0250	0.0384	0.0466	0.0774	0.1172	0.1641
7	6			0.0001	0.0001	0.0004	0.0013	0.0036	0.0064	0.0084	0.0172	0.0320	0.0547
7	7					0.0001	0.0002	0.0002	0.0005	0.0006	0.0016	0.0037	0.0078
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.2326	0.1678	0.1001	0.0576	0.0390	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039
8	1	0.2793	0.3826	0.3847	0.3721	0.3355	0.2670	0.1977	0.1561	0.1373	0.0896	0.0548	0.0313
8	2	0.0515	0.1488	0.2376	0.2605	0.2936	0.3115	0.2965	0.2731	0.2587	0.2090	0.1569	0.1094
8	3	0.0054	0.0331	0.0839	0.1042	0.1468	0.2076	0.2541	0.2731	0.2786	0.2787	0.2568	0.2188
8	4	0.0004	0.0046	0.0185	0.0260	0.0459	0.0865	0.1361	0.1707	0.1875	0.2322	0.2627	0.2734
8	5		0.0004	0.0026	0.0042	0.0092	0.0231	0.0467	0.0683	0.0808	0.1239	0.1719	0.2188
8	6			0.0002	0.0004	0.0011	0.0038	0.0100	0.0171	0.0217	0.0413	0.0703	0.1094
8	7					0.0001	0.0004	0.0012	0.0024	0.0033	0.0079	0.0164	0.0313
8	8						0.0001	0.0002	0.0002	0.0003	0.0007	0.0017	0.0039
9	0	0.6302	0.3874	0.2316	0.1938	0.1342	0.0751	0.0404	0.0260	0.0207	0.0101	0.0046	0.0020
9	1	0.2985	0.3874	0.3679	0.3489	0.3020	0.2253	0.1556	0.1171	0.1004	0.0605	0.0339	0.0176
9	2	0.0629	0.1722	0.2597	0.2791	0.3020	0.3003	0.2668	0.2341	0.2162	0.1612	0.1110	0.0703
9	3	0.0077	0.0446	0.1069	0.1302	0.1762	0.2336	0.2668	0.2731	0.2716	0.2508	0.2119	0.1641
9	4	0.0006	0.0074	0.0283	0.0391	0.0661	0.1168	0.1715	0.2048	0.2194	0.2508	0.2600	0.2461
9	5		0.0008	0.0050	0.0078	0.0165	0.0389	0.0735	0.1024	0.1181	0.1672	0.2128	0.2461
9	6		0.0001	0.0006	0.0010	0.0028	0.0087	0.0210	0.0341	0.0424	0.0743	0.1160	0.1641
9	7			0.0001	0.0003	0.0012	0.0039	0.0073	0.0073	0.0098	0.0212	0.0407	0.0703
9	8					0.0001	0.0004	0.0009	0.0009	0.0013	0.0035	0.0083	0.0176
9	9						0.0001	0.0001	0.0001	0.0003	0.0003	0.0008	0.0020
10	0	0.5987	0.3487	0.1969	0.1615	0.1074	0.0563	0.0282	0.0173	0.0135	0.0060	0.0025	0.0010
10	1	0.3151	0.3874	0.3474	0.3230	0.2684	0.1877	0.1211	0.0867	0.0725	0.0403	0.0207	0.0098
10	2	0.0746	0.1937	0.2759	0.2907	0.3020	0.2816	0.2335	0.1951	0.1757	0.1209	0.0763	0.0439
10	3	0.0105	0.0574	0.1298	0.1550	0.2013	0.2503	0.2668	0.2601	0.2522	0.2150	0.1665	0.1172
10	4	0.0010	0.0112	0.0401	0.0543	0.0881	0.1460	0.2001	0.2276	0.2377	0.2508	0.2384	0.2051
10	5	0.0001	0.0015	0.0085	0.0130	0.0264	0.0584	0.1029	0.1366	0.1536	0.2007	0.2340	0.2461
10	6		0.0001	0.0012	0.0022	0.0055	0.0162	0.0368	0.0569	0.0689	0.1115	0.1596	0.2051
10	7			0.0001	0.0002	0.0008	0.0031	0.0090	0.0163	0.0212	0.0425	0.0746	0.1172
10	8					0.0001	0.0004	0.0014	0.0030	0.0043	0.0106	0.0229	0.0439
10	9						0.0001	0.0003	0.0005	0.0016	0.0042	0.0098	
10	10	(all other entries < 0.0001)								0.0001	0.0003	0.0010	

Poisson Distribution

Each entry gives the probability that a Poisson random variable X , with parameter λ , has the value x .

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$\mu = \lambda, \quad \sigma = \sqrt{\lambda}$$

$x \backslash \lambda$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.0905	0.1637	0.2222	0.2681	0.3033	0.3293	0.3476	0.3595	0.3659	0.3679
2	0.0045	0.0164	0.0333	0.0536	0.0758	0.0988	0.1217	0.1438	0.1647	0.1839
3	0.0002	0.0011	0.0033	0.0072	0.0126	0.0198	0.0284	0.0383	0.0494	0.0613
4		0.0001	0.0003	0.0007	0.0016	0.0030	0.0050	0.0077	0.0111	0.0153
5				0.0001	0.0002	0.0004	0.0007	0.0012	0.0020	0.0031
6							0.0001	0.0002	0.0003	0.0005
7										0.0001
$x \backslash \lambda$	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353
1	0.3662	0.3614	0.3543	0.3452	0.3347	0.3230	0.3106	0.2975	0.2842	0.2707
2	0.2014	0.2169	0.2303	0.2417	0.2510	0.2584	0.2640	0.2678	0.2700	0.2707
3	0.0738	0.0867	0.0998	0.1128	0.1255	0.1378	0.1496	0.1607	0.1710	0.1804
4	0.0203	0.0260	0.0324	0.0395	0.0471	0.0551	0.0636	0.0723	0.0812	0.0902
5	0.0045	0.0062	0.0084	0.0111	0.0141	0.0176	0.0216	0.0260	0.0309	0.0361
6	0.0008	0.0012	0.0018	0.0026	0.0035	0.0047	0.0061	0.0078	0.0098	0.0120
7	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0008	0.0011	0.0015	0.0020	0.0027	0.0034
8			0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0009
9							0.0001	0.0001	0.0001	0.0002
$x \backslash \lambda$	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
0	0.1108	0.0907	0.0743	0.0608	0.0498	0.0408	0.0334	0.0273	0.0224	0.0183
1	0.2438	0.2177	0.1931	0.1703	0.1494	0.1304	0.1135	0.0984	0.0850	0.0733
2	0.2681	0.2613	0.2510	0.2384	0.2240	0.2087	0.1929	0.1771	0.1615	0.1465
3	0.1966	0.2090	0.2176	0.2225	0.2240	0.2226	0.2186	0.2125	0.2046	0.1954
4	0.1082	0.1254	0.1414	0.1557	0.1680	0.1781	0.1858	0.1912	0.1944	0.1954
5	0.0476	0.0602	0.0735	0.0872	0.1008	0.1140	0.1264	0.1377	0.1477	0.1563
6	0.0174	0.0241	0.0319	0.0407	0.0504	0.0608	0.0716	0.0826	0.0936	0.1042
7	0.0055	0.0083	0.0118	0.0163	0.0216	0.0278	0.0348	0.0425	0.0508	0.0595
8	0.0015	0.0025	0.0038	0.0057	0.0081	0.0111	0.0148	0.0191	0.0241	0.0298
9	0.0004	0.0007	0.0011	0.0018	0.0027	0.0040	0.0056	0.0076	0.0102	0.0132
10	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0008	0.0013	0.0019	0.0028	0.0039	0.0053
11			0.0001	0.0001	0.0002	0.0004	0.00			