

L3-STATF



NEW ZEALAND QUALIFICATIONS AUTHORITY
MANA TOHU MĀTAURANGA O AOTEAROA

QUALIFY FOR THE FUTURE WORLD
KIA NOHO TAKATŪ KI TŌ ĀMUA AO!

3



Level 3 Mathematics and Statistics (Statistics), 2018

9.30 a.m. Thursday 22 November 2018

FORMULAE AND TABLES BOOKLET for 91584, 91585 and 91586

Refer to this booklet to answer the questions in your Question and Answer booklets.

Check that this booklet has pages 2–4 in the correct order and that none of these pages is blank.

YOU MAY KEEP THIS BOOKLET AT THE END OF THE EXAMINATION.

MATHEMATICS AND STATISTICS (STATISTICS) – USEFUL FORMULAE AND TABLES

Permutations and Combinations

$${}^n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$\binom{n}{r} = {}^n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

Expectation Algebra

$$E[aX + b] = aE[X] + b$$

$$\text{Var}[aX + b] = a^2 \text{Var}[X]$$

$$E[aX + bY] = aE[X] + bE[Y]$$

$$\text{Var}[aX + bY] = a^2 \text{Var}[X] + b^2 \text{Var}[Y]$$

if X, Y are independent

Probability

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Mean and Variance of a Discrete Random Variable

$$\begin{aligned} \mu &= E(X) & \sigma^2 &= \text{Var}(X) \\ &= \sum x.P(X=x) & \sigma &= \text{SD}(X) \\ & & &= \sqrt{\sum (x - \mu)^2 . P(X=x)} \\ & & &= \sqrt{E(X^2) - [E(X)]^2} \end{aligned}$$

Continuous Uniform Distribution

The probability density function, $f(x)$, for a continuous uniform distribution is defined as:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{for } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{elsewhere} \end{cases}$$

Binomial Distribution

Each entry gives the probability that a binomial random variable X , with the parameters n and π , has the value x .

$$P(X = x) = \binom{n}{x} \pi^x (1 - \pi)^{n-x}$$

$$\mu = n\pi, \quad \sigma = \sqrt{n\pi(1 - \pi)}$$

π	0.05	0.1	0.15	1/6	0.2	0.25	0.3	1/3	0.35	0.4	0.45	0.5		
4	0	0.8145	0.6561	0.5220	0.4823	0.4096	0.3164	0.2401	0.1975	0.1785	0.1296	0.0915	0.0625	
	1	0.1715	0.2916	0.3685	0.3858	0.4096	0.4219	0.4116	0.3951	0.3845	0.3456	0.2995	0.2500	
	2	0.0135	0.0486	0.0975	0.1157	0.1536	0.2109	0.2646	0.2963	0.3105	0.3456	0.3675	0.3750	
	3	0.0005	0.0036	0.0115	0.0154	0.0256	0.0469	0.0756	0.0988	0.1115	0.1536	0.2005	0.2500	
	4		0.0001	0.0005	0.0008	0.0016	0.0039	0.0081	0.0123	0.0150	0.0256	0.0410	0.0625	
5	0	0.7738	0.5905	0.4437	0.4019	0.3277	0.2373	0.1681	0.1317	0.1160	0.0778	0.0503	0.0313	
	1	0.2036	0.3281	0.3915	0.4019	0.4096	0.3955	0.3602	0.3292	0.3124	0.2592	0.2059	0.1563	
	2	0.0214	0.0729	0.1382	0.1608	0.2048	0.2637	0.3087	0.3292	0.3364	0.3456	0.3369	0.3125	
	3	0.0011	0.0081	0.0244	0.0322	0.0512	0.0879	0.1323	0.1646	0.1811	0.2304	0.2757	0.3125	
	4		0.0005	0.0022	0.0032	0.0064	0.0146	0.0284	0.0412	0.0488	0.0768	0.1128	0.1563	
	5			0.0001	0.0001	0.0003	0.0010	0.0024	0.0041	0.0053	0.0102	0.0185	0.0313	
6	0	0.7351	0.5314	0.3771	0.3349	0.2621	0.1780	0.1176	0.0878	0.0754	0.0467	0.0277	0.0156	
	1	0.2321	0.3543	0.3993	0.4019	0.3932	0.3560	0.3025	0.2634	0.2437	0.1866	0.1359	0.0938	
	2	0.0305	0.0984	0.1762	0.2009	0.2458	0.2966	0.3241	0.3292	0.3280	0.3110	0.2780	0.2344	
	3	0.0021	0.0146	0.0415	0.0536	0.0819	0.1318	0.1852	0.2195	0.2355	0.2765	0.3032	0.3125	
	4	0.0001	0.0012	0.0055	0.0080	0.0154	0.0330	0.0595	0.0823	0.0951	0.1382	0.1861	0.2344	
	5		0.0001	0.0004	0.0006	0.0015	0.0044	0.0102	0.0165	0.0205	0.0369	0.0609	0.0938	
	6					0.0001	0.0002	0.0007	0.0014	0.0018	0.0041	0.0083	0.0156	
7	0	0.6983	0.4783	0.3206	0.2791	0.2097	0.1335	0.0824	0.0585	0.0490	0.0280	0.0152	0.0078	
	1	0.2573	0.3720	0.3960	0.3907	0.3670	0.3115	0.2471	0.2048	0.1848	0.1306	0.0872	0.0547	
	2	0.0406	0.1240	0.2097	0.2344	0.2753	0.3115	0.3177	0.3073	0.2985	0.2613	0.2140	0.1641	
	3	0.0036	0.0230	0.0617	0.0781	0.1147	0.1730	0.2269	0.2561	0.2679	0.2903	0.2918	0.2734	
	4	0.0002	0.0026	0.0109	0.0156	0.0287	0.0577	0.0972	0.1280	0.1442	0.1935	0.2388	0.2734	
	5		0.0002	0.0012	0.0019	0.0043	0.0115	0.0250	0.0384	0.0466	0.0774	0.1172	0.1641	
	6			0.0001	0.0001	0.0004	0.0013	0.0036	0.0064	0.0084	0.0172	0.0320	0.0547	
	7					0.0001	0.0002	0.0002	0.0005	0.0006	0.0016	0.0037	0.0078	
8	0	0.6634	0.4305	0.2725	0.2326	0.1678	0.1001	0.0576	0.0390	0.0319	0.0168	0.0084	0.0039	
	1	0.2793	0.3826	0.3847	0.3721	0.3355	0.2670	0.1977	0.1561	0.1373	0.0896	0.0548	0.0313	
	2	0.0515	0.1488	0.2376	0.2605	0.2936	0.3115	0.2965	0.2731	0.2587	0.2090	0.1569	0.1094	
	3	0.0054	0.0331	0.0839	0.1042	0.1468	0.2076	0.2541	0.2731	0.2786	0.2787	0.2568	0.2188	
	4	0.0004	0.0046	0.0185	0.0260	0.0459	0.0865	0.1361	0.1707	0.1875	0.2322	0.2627	0.2734	
	5		0.0004	0.0026	0.0042	0.0092	0.0231	0.0467	0.0683	0.0808	0.1239	0.1719	0.2188	
	6			0.0002	0.0004	0.0011	0.0038	0.0100	0.0171	0.0217	0.0413	0.0703	0.1094	
	7					0.0001	0.0004	0.0012	0.0024	0.0033	0.0079	0.0164	0.0313	
	8						0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0007	0.0017	0.0039	
9	0	0.6302	0.3874	0.2316	0.1938	0.1342	0.0751	0.0404	0.0260	0.0207	0.0101	0.0046	0.0020	
	1	0.2985	0.3874	0.3679	0.3489	0.3020	0.2253	0.1556	0.1171	0.1004	0.0605	0.0339	0.0176	
	2	0.0629	0.1722	0.2597	0.2791	0.3020	0.3003	0.2668	0.2341	0.2162	0.1612	0.1110	0.0703	
	3	0.0077	0.0446	0.1069	0.1302	0.1762	0.2336	0.2668	0.2731	0.2716	0.2508	0.2119	0.1641	
	4	0.0006	0.0074	0.0283	0.0391	0.0661	0.1168	0.1715	0.2048	0.2194	0.2508	0.2600	0.2461	
	5		0.0008	0.0050	0.0078	0.0165	0.0389	0.0735	0.1024	0.1181	0.1672	0.2128	0.2461	
	6		0.0001	0.0006	0.0010	0.0028	0.0087	0.0210	0.0341	0.0424	0.0743	0.1160	0.1641	
	7			0.0001	0.0001	0.0003	0.0012	0.0039	0.0073	0.0098	0.0212	0.0407	0.0703	
	8					0.0001	0.0004	0.0009	0.0013	0.0035	0.0083	0.0176		
	9						0.0001	0.0001	0.0001	0.0003	0.0008	0.0020		
10	0	0.5987	0.3487	0.1969	0.1615	0.1074	0.0563	0.0282	0.0173	0.0135	0.0060	0.0025	0.0010	
	1	0.3151	0.3874	0.3474	0.3230	0.2684	0.1877	0.1211	0.0867	0.0725	0.0403	0.0207	0.0098	
	2	0.0746	0.1937	0.2759	0.2907	0.3020	0.2816	0.2335	0.1951	0.1757	0.1209	0.0763	0.0439	
	3	0.0105	0.0574	0.1298	0.1550	0.2013	0.2503	0.2668	0.2601	0.2522	0.2150	0.1665	0.1172	
	4	0.0010	0.0112	0.0401	0.0543	0.0881	0.1460	0.2001	0.2276	0.2377	0.2508	0.2384	0.2051	
	5	0.0001	0.0015	0.0085	0.0130	0.0264	0.0584	0.1029	0.1366	0.1536	0.2007	0.2340	0.2461	
	6		0.0001	0.0012	0.0022	0.0055	0.0162	0.0368	0.0569	0.0689	0.1115	0.1596	0.2051	
	7			0.0001	0.0002	0.0008	0.0031	0.0090	0.0163	0.0212	0.0425	0.0746	0.1172	
	8					0.0001	0.0004	0.0014	0.0030	0.0043	0.0106	0.0229	0.0439	
	9						0.0001	0.0003	0.0005	0.0016	0.0042	0.0098		
	10	(all other entries < 0.0001)										0.0001	0.0003	0.0010

Poisson Distribution

Each entry gives the probability that a Poisson random variable X , with parameter λ , has the value x .

$$P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$\mu = \lambda, \quad \sigma = \sqrt{\lambda}$$

λ	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
0	0.9048	0.8187	0.7408	0.6703	0.6065	0.5488	0.4966	0.4493	0.4066	0.3679
1	0.0905	0.1637	0.2222	0.2681	0.3033	0.3293	0.3476	0.3595	0.3659	0.3679
2	0.0045	0.0164	0.0333	0.0536	0.0758	0.0988	0.1217	0.1438	0.1647	0.1839
3	0.0002	0.0011	0.0033	0.0072	0.0126	0.0198	0.0284	0.0383	0.0494	0.0613
4		0.0001	0.0003	0.0007	0.0016	0.0030	0.0050	0.0077	0.0111	0.0153
5				0.0001	0.0002	0.0004	0.0007	0.0012	0.0020	0.0031
6						0.0001	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005
7										0.0001
x	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0
0	0.3329	0.3012	0.2725	0.2466	0.2231	0.2019	0.1827	0.1653	0.1496	0.1353
1	0.3662	0.3614	0.3543	0.3452	0.3347	0.3230	0.3106	0.2975	0.2842	0.2707
2	0.2014	0.2169	0.2303	0.2417	0.2510	0.2584	0.2640	0.2678	0.2700	0.2707
3	0.0738	0.0867	0.0998	0.1128	0.1255	0.1378	0.1496	0.1607	0.1710	0.1804
4	0.0203	0.0260	0.0324	0.0395	0.0471	0.0551	0.0636	0.0723	0.0812	0.0902
5	0.0045	0.0062	0.0084	0.0111	0.0141	0.0176	0.0216	0.0260	0.0309	0.0361
6	0.0008	0.0012	0.0018	0.0026	0.0035	0.0047	0.0061	0.0078	0.0098	0.0120
7	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0008	0.0011	0.0015	0.0020	0.0027	0.0034
8			0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0003	0.0005	0.0006	0.0009
9							0.0001	0.0001	0.0001	0.0002
x	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4	3.6	3.8	4.0
0	0.1108	0.0907	0.0743	0.0608	0.0498	0.0408	0.0334	0.0273	0.0224	0.0183
1	0.2438	0.2177	0.1931	0.1703	0.1494	0.1304	0.1135	0.0984	0.0850	0.0733
2	0.2681	0.2613	0.2510	0.2384	0.2240	0.2087	0.1929	0.1771	0.1615	0.1465
3	0.1966	0.2090	0.2176							